

# FUNÇÃO EXPONENCIAL & LOGARITMOS

MÓDULO 10 | FUNÇÃO EXPONENCIAL

MÓDULO 11 | LOGARITMOS

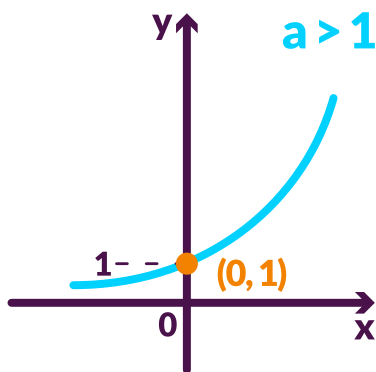


# FUNÇÃO EXPONENCIAL

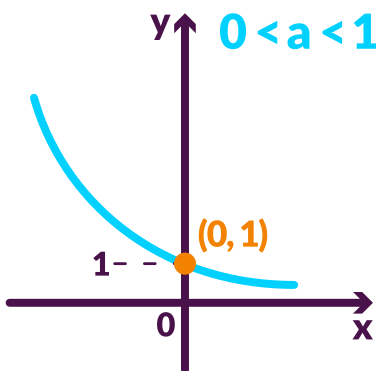
Dado um número real  $a$  ( $a > 0$  e  $a \neq 1$ ) denomi-na-se **função exponencial** de base  $a$  uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  definida por  $f(x) = a^x$  ou  $y = a^x$ .

## GRÁFICO DA FUNÇÃO

Seja a função  $f(x) = a^x$ , ela será **crescente**, quando sua base for um número maior que 1, ou seja,  $a > 1$ .



Seja a função  $f(x) = a^x$ , ela será **decrescente**, quando sua base for um número maior que 0 e menor que 1, ou seja,  $0 < a < 1$ .



## EQUAÇÃO EXPONENCIAL

Equações exponenciais são aquelas em que, a incógnita a ser determinada, aparece no expoente do número. Equações como  $3^x = 27$  e  $2^{x+1} = 128$  são denominadas equações exponenciais.

Vejam as duas maneiras para resolvermos esse tipo de equação:

### REDUÇÃO À MESMA BASE

$$8^x = 128$$

$$(2^3)^x = 2^7$$

$$2^{3x} = 2^7$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

podemos reescrever  $8 = 2^3$  e  $128 = 2^7$

cortamos as bases iguais e igualamos os expoentes

### USO DE UMA VARIÁVEL AUXILIAR

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2^2)^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$y_I = 1 \text{ ou } y_{II} = 4$$

$$2^x = y$$

$$2^x = 1$$

$$2^x = 2^0$$

$$x_I = 0$$

$$2^x = 4$$

$$2^x = 2^2$$

$$x_{II} = 2$$

reescrevemos  $4 = 2^2$

substituímos  $2^x = y$

resolvemos a função do 2º grau

encontramos as raízes 1 e 4 e substituímos para encontrar os valores de  $x$  ( $x_I$  e  $x_{II}$ )

# LOGARITMOS

Dados os números reais positivos  $a$  e  $b$ , com  $a > 0$  e  $0 < b \neq 1$ . Se  $a = b^x$ , então o expoente  $x$  chama-se **logaritmo de  $a$  na base  $b$** .

$$\log_b^a = x \leftrightarrow b^x = a$$

↗ *logaritmando*  
↙ *base*  
↘ *logaritmo*

## CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO

$$\log_b^1 = 0 \quad \log_b^b = 1$$

$$\log_b^{b^n} = n \quad b^{\log_b^n} = n$$

## SISTEMAS DE LOGARITMOS

### LOGARITMOS DECIMAIS

São logaritmos de base **10**, também chamados de logaritmos comuns.

$$\log_{10} a = \log a$$

### LOGARITMOS NATURAIS

São logaritmos de base **e** ( $e = 2,71$ ).

$$\log_e a = \ln a$$

Não devemos confundir os termos referentes a *logaritmo natural* e *logaritmo neperiano*: muitas vezes, ambos são tratados como sinônimos, mas na verdade o logaritmo neperiano refere-se a um logaritmo cuja base é denotada por  $1/e$ .

## PROPRIEDADES OPERATÓRIAS

### 1 LOGARITMO DO PRODUTO

O logaritmo de um produto entre dois ou mais números é igual a soma dos logaritmos desses números.

$$\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$$

### 2 LOGARITMO DA DIVISÃO

O logaritmo de uma divisão entre dois números é igual a diferença dos logaritmos desses números.

$$\log_b(m \div n) = \log_b m - \log_b n$$

### 3 LOGARITMO DAS POTÊNCIAS

$$\log_b a^n = n \log_b a$$

### 4 LOGARITMO DAS POTÊNCIAS

$$\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a$$

### 5 MUDANÇA DE BASE

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log(x + y) \neq \log(x) + \log(y)$$

$$\log(x - y) \neq \log(x) - \log(y)$$



# EXERCÍCIOS

## MÓDULO 10 | FUNÇÃO EXPONENCIAL

## MÓDULO 11 | LOGARITMOS

**1. (ACAFE MED/2014)** O crescimento exponencial é característico de certos fenômenos naturais. Uma função exponencial pode ser enunciada pela lei  $N(t) = N_0 \cdot a^{kt}$ , onde  $N_0$  é o número inicial,  $N$  é o número no instante  $t$ , e  $K$  é a taxa de crescimento ou decrescimento do fenômeno em estudo.

Analise as proposições abaixo e classifique-as em V – verdadeiras – ou F – falsas.

( ) Para que a função  $N(t)$  represente um “decaimento” é necessário que  $K$  seja um número negativo.

( ) A lei que representa o crescimento do número de pessoas infectadas pelo vírus da gripe em uma grande cidade é dada por  $N(t) = 600 \cdot 2^{0,8t}$ , com  $t$  em horas. Então, após 6h25min a cidade está com 19200 pessoas infectadas.

( ) A população de certa região do país é dada pela função  $P(t) = P_0 \cdot 2^{-0,25t}$ , onde  $t$  é o tempo em anos. Então, após 4 anos, a população dessa região está reduzida à metade da população inicial.

A sequência correta, de cima para baixo, é:

- a) F - V - F    b) V - F - V    c) V - V - V    d) V - F - F

**2. (UCPEL/2013)** O número  $x$ , tal que o dobro do seu logaritmo decimal é igual ao logaritmo decimal de  $(3x + 4)$ , é

- a) 6    b) 1    c) 2    d) 3    e) 4

**3. (UPF/2013)** Sendo  $h(x) = 3^x + c$ , em que  $c$  é um número real qualquer, podemos afirmar que  $h$ :

- a) é positiva para  $x > 0$ .  
b) nunca tem zeros.  
c) tem pelo menos um zero.  
d) tem um único zero.  
e) tem no máximo um zero.

**4. (PUC-RS/2013)** A desintegração de uma substância radioativa é um fenômeno químico modelado pela fórmula  $q = 10 \cdot 2^{kt}$ , onde  $q$  representa a quantidade de substância radioativa (em gramas) existente no instante  $t$  (em horas). Quando o tempo  $t$  é igual a 3,3 horas, a quantidade existente  $q$  vale 5. Então, o valor da constante  $k$  é

- a)  $-35/5$   
b)  $-33/10$   
c)  $-5/33$   
d)  $-10/33$   
e)  $-100/33$

**5. (UCPEL/2010)** A solução da equação  $4^x - 6 \cdot 2^x - 16 = 0$  é

- a)  $3/5$     b) 2    c) 9    d) 0,5    e) 3

**6. (PM-RS/2009)** Assinale a alternativa correta. O(s) valor(es) de  $x$  real(is) que satisfaz(em) a equação  $2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 8 = 0$  pertence(m) ao intervalo

- a)  $] -4, 0[$   
b)  $] -5, 1/2[$   
c)  $] -1/2, 5/4[$   
d)  $[ 2, +\infty)$   
e)  $(-\infty, 4/5]$

**7. (PEIES)** A solução da equação exponencial  $5^x(5^x - 1) = 20$

- a) pertence ao intervalo  $(-\infty, -3[$   
b) pertence ao intervalo  $] 4, +\infty)$   
c) pertence ao intervalo  $] 0, 2[$   
d) é um número par  
e) é um número irracional



**8. (UFSM)** A soma das raízes da equação  $(3^x)^x = 9^8$  é:

- a) -4      b) 0      c) 1      d) 4      e) 8

**9. (PUC-RS)** Seja a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 2^x$ . Então,  $f(a+1) - f(a)$  é igual a:

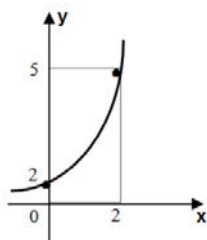
- a) 2      b) 1      c)  $f(a)$       d)  $f(1)$       e)  $2f(a)$

**10. (UFSM/2005)** O conjunto-solução da equação  $(0,25)^{2x} = \sqrt{32}$  é

- a)  $-5/8$       b)  $5/8$       c)  $1/2$       d)  $-5/4$       e)  $5/4$

**11. (UFSM)** A figura abaixo mostra um esboço do gráfico da função  $y = a^x + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  e  $b \neq 0$ . Então, o valor de  $a^2 - b^2$  é

- a) -3  
b) -1  
c) 0  
d) 1  
e) 3



**12. (PEIES/2006)** Uma cultura de bactéria se inicia com uma bactéria no tempo  $t = 0$ . Seja  $N(t) = 2^{t/6}$ , o número de bactérias dessa cultura, no tempo  $t$ , medido em horas. Assim, assinale V nas afirmações verdadeiras e F nas falsas.

- ( ) O número de bactérias dessa duplica a cada 6 horas, contada a partir da hora zero.
- ( ) Após dois dias, contados a partir da hora zero, o número de bactérias é 256.
- ( ) O tempo mínimo necessário, para que a cultura atinja a quantidade de  $4096 = 2^{12}$  bactérias, é de 3 dias.

A sequência correta é

- a) F - F - V  
b) F - V - F  
c) V - V - F  
d) V - V - V  
e) V - F - F

**13. (UNIFRA/2007)** Uma função que avalia a evolução de uma cultura de bactérias, em  $t$  horas, é dada por  $f(t) = 20^{3t}$ . Assim, o valor de  $t$ , para que tenhamos  $f(t) = 1620$ , é

- a) 3 min  
b) 4 min  
c) 60 min  
d) 120 min  
e) 240 min

**14. (UFSM)** Se  $f(x) = A \cdot 3^{-bx}$ , onde  $A$  e  $b$  são constantes,  $A \neq 0$  e  $f(81) = 9A$ , então o valor de  $b$  é

- a) 81  
b) 1  
c) 0  
d)  $-1/27$   
e)  $-2/81$

**15. (PEIES)** Seja  $0 < a < 1$ . Considere a função  $f(x) = a^{x-1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Pode-se afirmar que

- a)  $f(x) < 0$  se  $x < 1$   
b)  $f(1) = 0$   
c)  $f(2) > 1$   
d)  $f$  é crescente  
e)  $f$  é decrescente

**16. (PEIES)** Indique se as afirmativas referentes a função  $f(x) = a^x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , são verdadeiras ou falsas.

- ( )  $f$  é crescente para  $a \in (0,1)$
- ( ) O domínio de  $f$  é  $\mathbb{R}$
- ( ) A imagem de  $f$  é  $(0, \infty)$

- a) F - V - F  
b) V - F - F  
c) F - V - V  
d) V - V - V  
e) V - F - V



**17. (PEIES)** O gráfico da função exponencial  $f(x) = 3^{x+\frac{3}{b}}$  passa pelo ponto  $(-\frac{1}{2}, 1)$ . O valor de  $b$  e o valor de  $x$ , tal que  $f(x) = \frac{1}{8}$ , são, respectivamente,

- a)  $-\frac{1,5}{8}, \frac{5}{4}$     b)  $\frac{1,5}{8}, \frac{5}{4}$     c)  $-\frac{1,5}{8}, -\frac{5}{4}$     d)  $\frac{1,5}{8}, \frac{5}{4}$     e)  $\frac{5,1}{4}, \frac{5}{8}$

**18. (FUVEST)** Seja  $f(x) = 2^{2x+1}$ . Se  $a$  e  $b$  são tais que  $f(a) = 4f(b)$ , pode-se afirmar que:

- a)  $a + b = 2$   
 b)  $a + b = 1$   
 c)  $a - b = 3$   
 d)  $a - b = 2$   
 e)  $a - b = 1$

**19. (PEIES)** Dadas as funções  $f(x) = (1/16)^{x-2}$  e  $g(x) = 32^x$  definidas para todo  $x$  real, pode-se dizer que  $f$  é \_\_\_\_ e o valor de  $x$  para o qual  $f(x) = g(x)$  é \_\_\_\_\_. Selecione a alternativa que completa corretamente as lacunas.

- a) decrescente;  $8/9$ .  
 b) crescente;  $-8/9$ .  
 c) constante;  $-8/9$ .  
 d) crescente;  $8/9$ .  
 e) decrescente;  $-8/9$ .

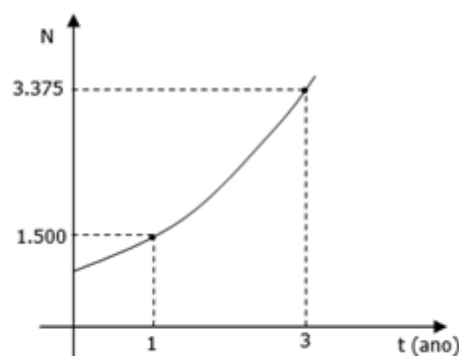
**20. (PUC/MG)** Uma população de bactérias começa com 100 e dobra a cada três horas. Assim, o número  $n$  de bactérias após  $t$  horas é dado pela função  $n(t) = 100 \cdot 2^{t/3}$ . Nessas condições, pode-se afirmar que a população será de 51.200 bactérias depois de:

- a) 1 dia e 3h                      c) 1 dia e 14h  
 b) 1 dia e 9h                      d) 1 dia e 19h

**21. (PEIES)** A função exponencial  $f(x) = b \cdot a^x$ ,  $a > 0$ , é tal que  $f(-1) = 2,5$  e  $f(1) = 10$ . O valor de  $f(3)$  é igual a

- a) 35    b) 38    c) 40    d) 42    e) 44

**22. (UFSM/2014)** As matas ciliares desempenham importante papel na manutenção das nascentes e estabilidade dos solos nas áreas marginais. Com o desenvolvimento do agronegócio e o crescimento das cidades, as matas ciliares vêm sendo destruídas. Um dos métodos usados para a sua recuperação é o plantio de mudas. O gráfico mostra o número de mudas  $N(t) = ba^t$  ( $0 < a \neq 1$  e  $b > 0$ ) a serem plantadas no tempo  $t$  (em anos), numa determinada região.



De acordo com os dados, o número de mudas a serem plantadas, quando  $t = 2$  anos, é igual a

- a) 2.137.  
 b) 2.150.  
 c) 2.250.  
 d) 2.437.  
 e) 2.500.

**23. (UFSM/2013)** Segundo a Organização Mundial do Turismo (OMT), o Ecoturismo cresce a uma taxa de 5% ao ano. No Brasil, em 2011, o Ecoturismo foi responsável pela movimentação de 6,775 bilhões de dólares. Supondo que o percentual de crescimento incida sobre a movimentação do ano anterior, pode-se expressar o valor movimentado  $V$  (em bilhões de dólares), em função do tempo  $t$  (em anos), por  $V = 6,775(1,05)^{t-1}$  com  $t = 1$  correspondendo a 2011,  $t = 2$ , a 2012 e assim por diante. Em que ano o valor movimentado será igual a 13,5 bilhões de dólares?

Dados:  $\log 2 = 0,3$  e  $\log 1,05 = 0,02$

- a) 2015.    b) 2016.    c) 2020.    d) 2025.    e) 2026.

**24. (PUC SP)** Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de  $r$  km a partir do seu centro, é dado por  $P(r) = K \cdot 2^{3r}$ , em que  $k$  é a constantes e  $r > 0$ . Se há 98 304 habitantes num raio de 5 km do centro, quantos habitantes há num raio de 3 km do centro?

- a) 32 768   b) 4 608   c) 3 024   d) 2 048   e) 1 536

**25. (IMED INV/2015)** Considere a função real definida por  $f(x) = 3^{1-x}$  e analise as afirmações a seguir:

- I. A função  $f(x)$  é decrescente.  
 II.  $f(2) > f(3)$ .  
 III.  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / y > 3\}$ .

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.  
 b) Apenas II.  
 c) Apenas I e II.  
 d) Apenas II e III.  
 e) I, II e III.

**26. (UFRGS/2011)** Aproximando  $\log 2$  por 0,301, verificamos que o número  $16^{10}$  está entre

- a)  $10^9$  e  $10^{10}$   
 b)  $10^{10}$  e  $10^{11}$   
 c)  $10^{11}$  e  $10^{12}$   
 d)  $10^{12}$  e  $10^{13}$   
 e)  $10^{13}$  e  $10^{14}$

**27. (UCP)** Se  $y = \log_8 5 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 2$ , então o valor de  $y$  é

- a) 2   b) 3   c) 1/3   d)  $\log 21$    e)  $\log 37$

**28. (UFRGS/2012)** O número  $\log_2 7$  está entre

- a) 0 e 1   b) 1 e 2   c) 2 e 3   d) 3 e 4   e) 4 e 5

**29. (PUC RS/2012)** Na Faculdade de Engenharia Elétrica, Arquimedes perguntou sobre a existência de um instrumento para medir a intensidade de sons. A intensidade de um som é medida na unidade conhecida por decibel, usando-se o instrumento denominado Decibelímetro. Se um som tem intensidade  $I_d$  (em watts por metro quadrado), seu valor correspondente, em decibéis, é obtido pela fórmula

matemática  $Id = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ , onde  $I_0 = 10^{-12} \text{ w/m}^2$  representa a intensidade sonora de referência de um som muito fraco percebido pelo ouvido humano. Se um som é de intensidade  $I = 10 \text{ W/m}^2$ , então o valor correspondente, em decibéis, desse som é

- a) 90   b) 100   c) 110   d) 120   e) 130

**30. (UCPEL/2012)** A solução da equação  $\log_9 x + \log_{27} x = 5/3$  é

- a) 1/3   b) 3   c) 1/6   d) 6   e) 9

**31. (UPF/2017)** Considere as funções reais de variável real, definidas por:

$$f(x) = 1 + 3^{x-2} \quad g(x) = \log_a x$$

Sabe-se que, na representação gráfica das funções, as curvas interceptam-se no ponto de abscissa 2. Dessa forma, o valor de  $a$  é:

- a)  $-\sqrt{2}$    b)  $-\frac{1}{2}$    c) 1   d)  $\frac{1}{2}$    e)  $\sqrt{2}$

**32. (IMED/2015)** Em um experimento no laboratório de pesquisa, observou-se que o número de bactérias de uma determinada cultura, sob certas condições, evolui conforme a função  $B(t) = 10 \cdot 3^{t-1}$ , em que  $B(t)$  expressa a quantidade de bactérias e  $t$  representa o tempo em horas. Para atingir uma cultura de 810 bactérias, após o início do experimento, o tempo decorrido, em horas, corresponde a:

- a) 1.   b) 2.   c) 3.   d) 4.   e) 5.



**33. (UFSM)** Considere  $a, b$  e  $c$  números reais maiores que 1. Se  $x = \log_a b, y = \log_b c$  e  $z = \log_c a$  então o valor de  $(3 - xyz)^3$  é

- a) - 8      b) - 1      c) 1      d) 6      e) 8

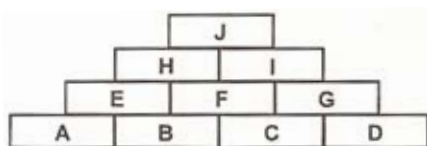
**34. (PEIES/2006)** Observe que cada letra equivale à soma dos números das duas casas imediatamente abaixo. Sabendo que:

$$A = 16^{0,5} + 8^{1/3} + (1/32)^{0,2}$$

$$B = 9^{2,5} - (1024)^{0,1}$$

$$C \text{ é a solução da equação } 3^{2x} + 4 \cdot 3^x = 5$$

$$D = 3^{\log_3 5} + \log_6 6 - \log_8 1$$



O valor da letra J que está no topo da pirâmide é

- a) 750      b) 742      c) 740      d) 738      e) 737

**35. (UPF/2016)** Se  $24^{n+1} = 3^{n+1} \cdot 16$ , então  $\log_3 n$  é igual a:

- a) - 2      b) - 1      c) 1/2      d) 1      e) 2

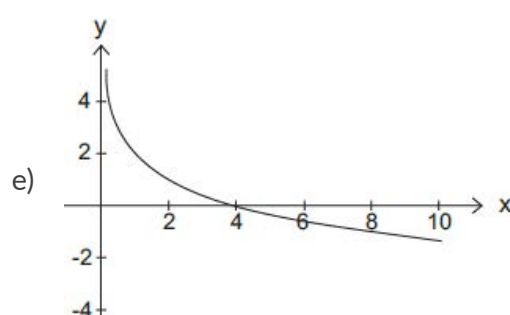
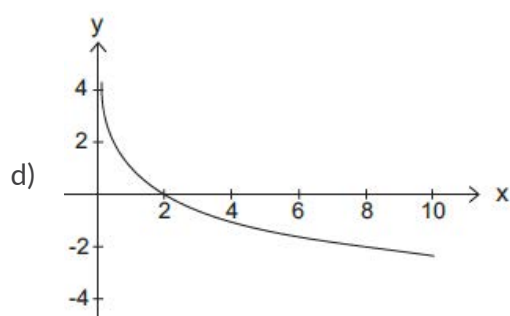
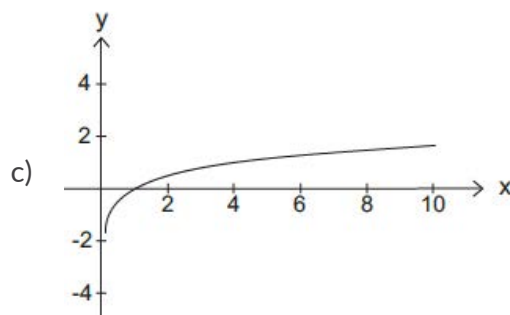
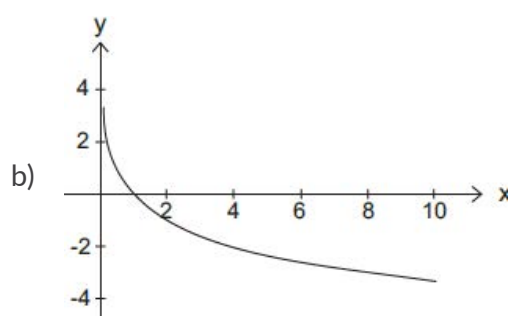
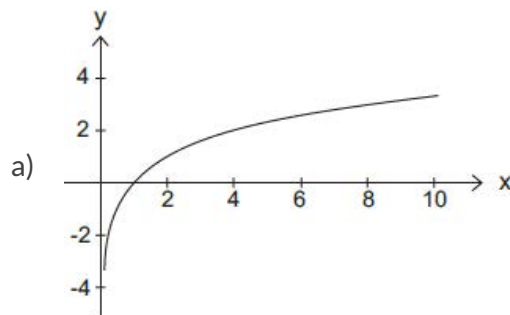
**36. (UFSM)** Se  $\log_8 x - \log_8 y = 1/3$ , então a relação entre  $x$  e  $y$  é:

- a)  $x=3y$       b)  $2x-y=0$       c)  $x/y=1/3$       d)  $y=8x$       e)  $x=2y$

**37. (UFRGS/2009)** Após tomar dois cálices de vinho, um motorista verificou que o índice de álcool em seu sangue era de 0,5g/l. Ele foi informado que esse índice decresceria de acordo com a seguinte igualdade:  $l(t) = k \cdot 2^{-t}$  (onde  $K$  = índice constatado quando foi feita a medida;  $t$  = tempo, medido em horas, a partir do momento dessa medida.) Sabendo que o limite do índice permitido pela lei seca é de 0,2g/l, para dirigir mantendo-se dentro da lei, o motorista deverá esperar, pelo menos, (use 0,3 para  $\log_{10} 2$ )

- a) 50 min      b) 1h      c) 1h 20 min      d) 1h 30 min      e) 2h

**38. (PEIES/2009)** Dentre os gráficos a seguir, o que melhor representa a função  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  é







**39. (PEIES/2008)** Segundo o IBOPE, o número de internautas no Brasil chegou, em março de 2007, a 16,3 milhões de pessoas. Em 2000, esse número era aproximadamente 5 milhões. Suponha que a função  $N(t)$ , que representa o número de internautas (em milhões) em função do tempo  $t$  (em anos), possa ser expressa por  $N(t) = 5 \cdot (1,184)^t$ , onde  $t = 0$  representa o ano de 2000,  $t = 1$ , o ano de 2001 e assim por diante. Então, de acordo com esse modelo, o número de internautas atingirá 50 milhões

Dado:  $\log 1,184 = 0,073$

- a) entre 2008 e 2009
- b) entre 2009 e 2010
- c) em março de 2010
- d) entre 2013 e 2014
- e) somente a partir de 2015

**40. (UFSM/2008)** Os projetos sociais que visam a melhorar a qualidade de vida de certa cidade são realizados segundo a previsão populacional para a época de implementação. Sabe-se que a população da cidade aumenta de acordo com a lei  $P(t) = 2000 \cdot 10^t$ , onde  $t$  é o tempo em anos e  $P(t)$  é o total de habitantes após  $t$  anos. Para atender uma população de 160 000 habitantes, adotando  $\log 2 = a$ , o projeto deverá estar pronto num total de anos igual a

- a)  $3a + 1$
- b)  $3a$
- c)  $3a - 1$
- d)  $a + 1$
- e)  $a - 1$

**41. (UFSM/2009)** A partir de dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) para as séries iniciais do Ensino Fundamental da escola Estadual Básica Professora Margarida Lopes (Santa Maria, RS) pode ser representada pela expressão

$$f(t) = 5 + \log_2 \left( \frac{t - 1997}{8} \right)$$

onde  $f(t)$  representa o IDEB em função do ano  $t$  em que o dado foi coletado. Diante dessas informações, pode-se afirmar que o acréscimo do IDEB previsto para essa escola, de 2005 a 2013, é de

- a) 5
- b) 1
- c)  $1/2$
- d)  $1/4$
- e) 0

**42. (UFSM/2009)** Considerando a função

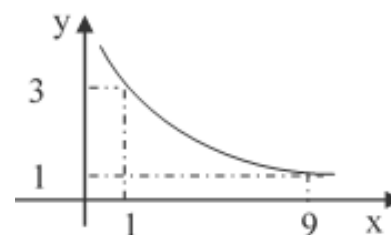
$$f(t) = 5 + \log_2 \left( \frac{t - 1997}{8} \right)$$

da questão anterior, o ano  $t$  pode ser obtido, em função do IDEB, pela expressão

- a)  $1997 - 2^{u-1}$
- b)  $1997 - 2^{u-5}$
- c)  $1997 + 2^{u-2}$
- d)  $1997 + 2^{u-1}$
- e)  $1997 + 2^{u-5}$

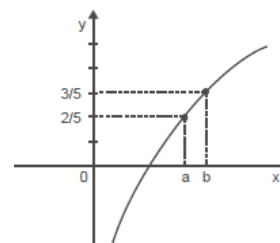
**43. (UFSM/2007)** O gráfico do desempenho de certo candidato à Câmara Federal foi ajustado através da função  $f(x) = \log_a x + m$  e está apresentado na figura, onde  $x$  representa o número de dias que precediam o pleito e  $f(x)$  o número de votos em milhares de unidades. Sabendo que  $g(x) = f(x) - 3$ , o valor de  $g^{-1}(-4)$  é

- a) 1
- b) 3
- c) 9
- d) 27
- e) 81



**44. (PUC-RS/2009)** Observe a representação da função dada por , a seguir. Pelos dados da figura, podemos afirmar que valor de é

- a) 1
- b) 10
- c)  $10^{2/5}$
- d)  $10^{3/5}$
- e)  $10^5$



**45. (UPF INV/2011 - modificada)** Considere as afirmativas a seguir classifique-as como verdadeira(s) ou falsa(s).

- I.  $\frac{\log x}{\log 2} = \log(x - 2)$ , para  $x > 2$
- II.  $2 \cdot 3^x + (3^x)^2 = 6^x + 3^{2x}$

**46. (UFSM EXT/2009)** Embora boa parte da população brasileira nunca tenha entrado na internet, o número de pessoas que acessam a Web vem crescendo vertiginosamente. A partir dos dados da Internet World Stats, uma das organizações que monitoram o desenvolvimento da Web, o número (em milhões) de internautas brasileiros, em função do tempo  $t$  (em anos), contado a partir de 2000 ( $t = 0$ ), pode ser expresso por  $N(t) = 5 \cdot e^{0,276t}$ . Assim, de acordo com esse modelo, o número de internautas brasileiros atingirá 100 milhões

Dado:  $\ln 20 = 2,996$

- a) entre 2010 e 2011.
- b) entre 2012 e 2013.
- c) entre 2013 e 2014.
- d) entre 2014 e 2015.
- e) somente a partir de 2015.

**47. (UNIFRA/2011)** Os antidepressivos estão sendo muito utilizados na atualidade. São medicamentos que agem no sistema nervoso central e só podem ser utilizados sob rigorosa vigilância médica, devido a sua ação fisiológica cerebral. Dentre eles, está o Prozac, que contém cloridrato de fluoxetina, um inibidor seletivo da recaptção de serotonina, que deve ser administrado por via oral. Ao tomar uma dose de 80mg desse medicamento, em 24 horas somente 75% da droga permanece no organismo e, conseqüentemente, o modelo matemático  $Q(t) = 80(0,75)^t$  descreve a quantidade,  $Q$ , em miligramas, do medicamento no organismo em função do tempo,  $t$ , em dias. Sabendo que a meia vida corresponde ao tempo para que uma grandeza atinja metade de seu valor inicial e dados  $\ln 0,5 = -0,69$  e  $\ln 0,75 = -0,28$ , a meia vida do Prozac no organismo, após ingeridos 80mg, é de

- a) exatamente 48 horas.
- b) aproximadamente 24 horas.
- c) exatamente 2 dias e 20 horas.
- d) aproximadamente 2 dias e 11 horas.
- e) aproximadamente 3 dias e meio.

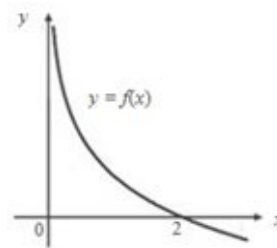
**48. (UNISC INV/2013)** Assinale a única sentença verdadeira sobre o conjunto solução da equação

$$\frac{100^{\log x} + 3}{10^{\log x}} = 4$$

- a) Possui dois elementos cujo módulo da diferença é 2.
- b) Possui dois elementos cuja soma é  $-2$ .
- c) Possui dois elementos cuja soma é  $3/4$ .
- d) Possui um elemento porque a raiz é dupla.
- e) É um conjunto vazio.

**49. (UPF/2014)** Abaixo está representado o gráfico de uma função  $f$  definida em  $\mathbb{R}_+^*$  por  $f(x) = 1 - \log_3\left(\frac{x}{k}\right)$ . Tal como a figura sugere, 2 é um zero de  $f$ . O valor de  $k$  é:

- a) 2
- b)  $2/3$
- c)  $3/2$
- d) 1
- e)  $-1$



**50. (UFRGS/2014)** Atribuindo para  $\log 2$  o valor de 0,3, então os valores de  $\log 0,2$  e  $\log 20$  são, respectivamente,

- a)  $-0,7$  e 3.
- b)  $-0,7$  e 1,3.
- c) 0,3 e 1,3.
- d) 0,7 e 2,3.
- e) 0,7 e 3.

**51. (UCS/2016)** Um equipamento é depreciado de tal forma que,  $t$  anos após a compra, seu valor é dado por  $V(t) = Ce^{-0,2t} + 31.000$ . Se 10 anos após a compra o equipamento estiver valendo R\$112.000,00, então ele foi comprado por um valor, em reais, Dado:  $\ln(7,4) = 2$

- a) maior que 700.000.
- b) entre 600.000 e 700.000.
- c) entre 500.000 e 600.000.
- d) entre 400.000 e 500.000.
- e) menor que 400.000.



**52. (UFRGS/2014)** A função  $f$ , definida por  $f(x) = 4^{-x} - 2$ , intercepta o eixo das abscissas em

- a) - 2    b) - 1    c) - 1/2    d) 0    e) 1/2

**53. (UNIFRA/2012)** Suponha que um determinado bem sofra uma desvalorização anual de 20%. O tempo  $t$  necessário para que o valor deste bem se reduza à metade é

a)  $t = \frac{\log 2 + 3}{\log 5}$

b)  $t = \log 2 + \log 5$

c)  $t = \frac{-\log 2}{\log 2 + 1}$

d)  $t = 3\log 2 - \log 5$

e)  $t = \frac{-\log 2}{3\log 2 - 1}$

**54. (UFRGS/2008)** A solução da equação  $(0,01)^x = 50$  é

a)  $-1 + \log \sqrt{2}$

b)  $1 + \log \sqrt{2}$

c)  $-1 + \log 2$

d)  $1 + \log 2$

e)  $2\log 2$

**55. (UFRGS/2106)** Se  $10^x = 20^y$ , atribuindo 0,3 para  $\log 2$ , então o valor de  $x/y$  é

- a) 0,3.    b) 0,5.    c) 0,7.    d) 1.    e) 1,3.

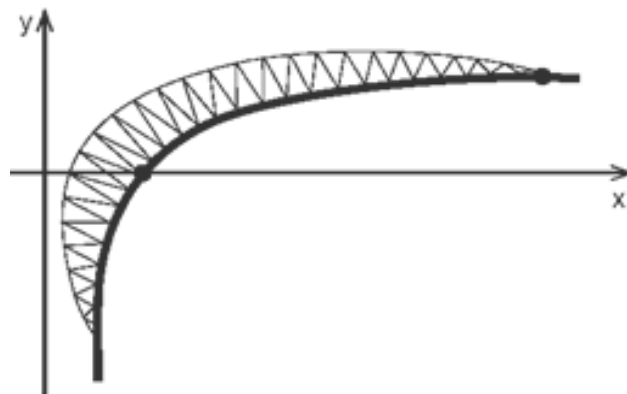
**56. (UFRGS/2015)** Atribuindo para  $\log 2$  o valor 0,3, então o valor de  $100^{0,3}$  é

- a) 3.    b) 4.    c) 8.    d) 10.    e) 33.

**57. (UCPEL/2016)** Sendo  $x$  o número real que satisfaz a equação  $\log_9 \log_2 (3x - 1) = \frac{1}{2}$ , pode-se afirmar que  $\left(x^{-1} + \frac{1}{2x}\right)^{-x}$  vale

a) - 1/2    b) - 8    c) 1/8    d) 8    e) 1/2

**58. (PUC-RS/2014)** O modelo da cobertura que está sendo colocada no Estádio Beira-Rio está representado na figura abaixo.



Colocada devidamente em um plano cartesiano, é possível afirmar que, na forma em que está, a linha em destaque pode ser considerada uma restrição da representação da função dada por

a)  $y = \log(x)t$

b)  $y = x^2$

c)  $y = |x|$

d)  $y = \sqrt{-x}$

e)  $y = 10^x$

**59. (UDESC/2014)** Considere  $\log x = 5/2$ ,  $\log y = 13/5$ ,  $\log(y - x) = 1,913$  e  $\log(x + y) = 2,854$ . Com base nestes dados, analise as proposições.

I.  $xy = 10^{\frac{51}{10}}$

II.  $\log(y^2 - x^2) = 0,2$

III.  $\log\left(\frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x}\right) = 0,608$

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.

b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.

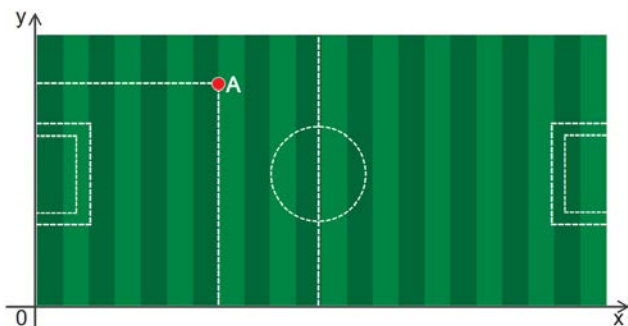
c) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

d) Somente a afirmativa I é verdadeira.

e) Todas as afirmativas são verdadeiras.



**60. (UFSM/2012)** Suponha que um campo de futebol seja colocado em um sistema cartesiano ortogonal, conforme mostra a figura.



Para que o ponto A  $(\log(x+1) + 1, \log(x^2 + 35))$  tenha abscissa e ordenada iguais, é necessário e suficiente que

- a)  $x > -1$    b)  $x = 5$    c)  $x < -1$    d)  $x = -5$    e)  $x > 5$ .

**61. (UCPEL/2015)** Se a, b e c são números reais positivos e, sabendo-se que  $a + b = 15$ ,  $a - b = 6$  e  $c = \log \frac{4(a^2 - b^2)}{(a - b)^2}$ , então o valor da constante c é

- a) 15   b) 10   c) 60   d) 1   e) 6

**62. (ENEM PPL/2015)** O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$ 1 800,00, propondo um aumento percentual fixo por ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é  $s(t) = 1\,800 \cdot (1,03)^t$ .

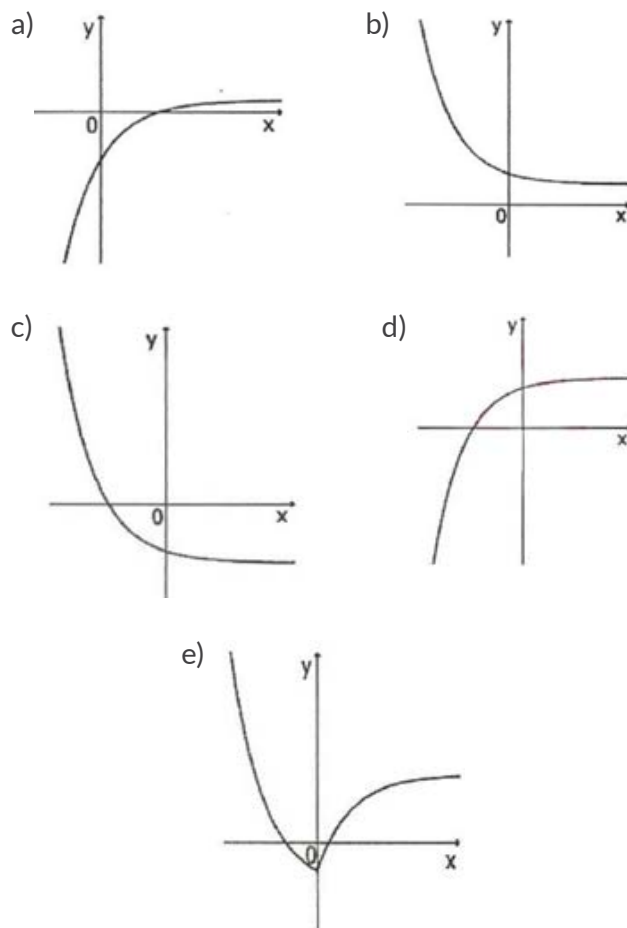
De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais,

- a) 7 416,00.  
 b) 3 819,24.  
 c) 3 709,62.  
 d) 3 708,00.  
 e) 1 909,62.

**63. (PUC-RS/2017)** Uma turma de uma escola central de Porto Alegre recebeu a seguinte questão em sua primeira prova no Ensino Médio: *Um dos valores de x que soluciona a equação  $\log_2(-x^2 + 32) = 4$  é igual ao número de centros culturais localizados nas proximidades do centro da cidade. Esse número é*

- a) 3   b) 4   c) 5   d) 6   e) 7

**64. (UFRGS/2016)** Considere a função f definida por  $f(x) = 1 - 5 \cdot 0,7^x$  e representada em um sistema de coordenadas cartesianas. Entre os gráficos abaixo, o que pode representar a função f é





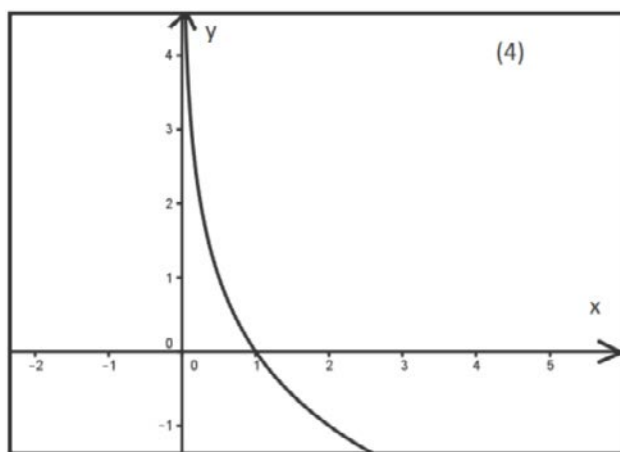
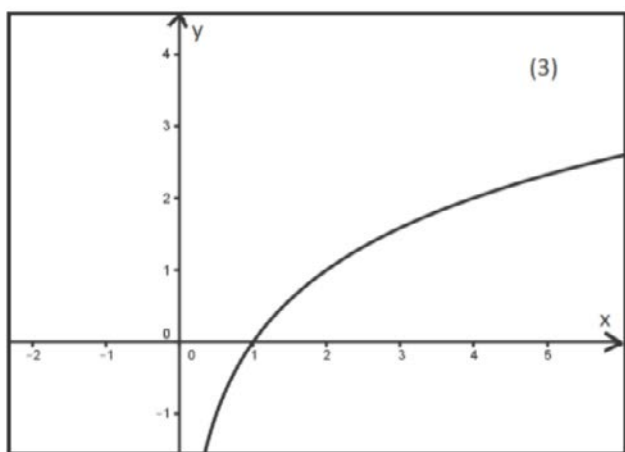
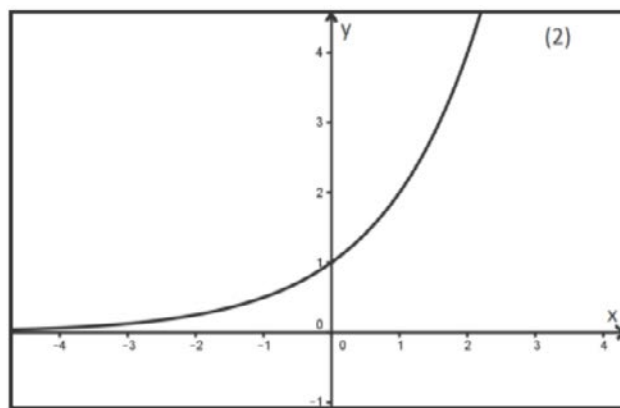
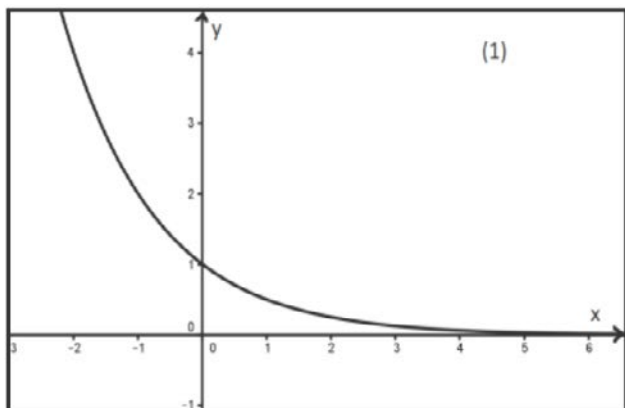
65. (UNIFRA/2014) Observe os gráficos e as leis matemáticas a seguir.

(a)  $f(x) = (\frac{1}{2})^x$

(b)  $f(x) = 2^x$

(c)  $f(x) = \log_2 x$

(d)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



Escolha a alternativa que relaciona corretamente cada lei matemática ao seu gráfico.

- a) a1, b2, c3, d4
- b) a3, b4, c2, d1
- c) a3, b2, c1, d4
- d) a1, b3, c2, d4
- e) a2, b1, c4, d3

**GABARITO:** 1B; 2E; 3E; 4D; 5E; 6C; 7C; 8B; 9C; 10A; 11E; 12D; 13E; 14E; 15E; 16C; 17B; 18A; 19A; 20A; 21C; 22C; 23E; 24E; 25C; 26D; 27C; 28C; 29E; 30E; 31E; 32E; 33E; 34B; 35D; 36E; 37C; 38B; 39D; 40A; 41B; 42C; 43E; 44A; 45F/F; 46A; 47D; 48A; 49B; 50B; 51B; 52C; 53E; 54A; 55E; 56B; 57D; 58A; 59A; 60B; 61D; 62E; 63B; 64A; 65A.