

M.M.C. & M.D.C

MÓDULO 1 | MÚLTIPLOS E DIVISORES



M.M.C. & M.D.C.

MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.)

Se a e b são dois números naturais, tal que um deles pelo menos é diferente de zero, chama-se **Maior Divisor Comum** de a e b , e representa-se por $M.D.C. (a, b)$, ao maior número que divide a e b simultaneamente.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)

Sejam a e b dois números naturais não nulos, chama-se **Mínimo Múltiplo Comum** de a e b e representa-se por $M.M.C. (a, b)$, ao menor dos múltiplos, não nulos, comuns aos números a e b .

NÚMEROS PRIMOS

Um número natural é **primo** se, e somente se, admite apenas dois divisores positivos: o número um (1) e ele mesmo.

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \dots\}$

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Um número composto qualquer pode ser decomposto em fatores primos. Para fazer essa decomposição, procedemos da seguinte maneira:

EXEMPLO

Decompor em fatores primos o número 360.

360		2	
180		2	
90		2	
45		3	$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
15		3	$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
5		5	
1			

REGRA PRÁTICA PARA ENCONTRAR O M.M.C. E O M.D.C.

Podemos determinar o M.M.C. e o M.D.C. de dois ou mais números com uma simples decomposição em fatores primos.

EXEMPLO

Determinar o M.M.C. e o M.D.C. entre os números 80, 90 e 210.

210, 90, 80		2	M.M.C. {210, 90, 80} = 5
105, 45, 40		2	M.D.C. {210, 90, 80} = 5040
105, 45, 20		2	
105, 45, 10		2	
105, 45, 5		3	
35, 15, 5		3	
35, 5, 5		5	M.D.C.: fator que divide os três números simultaneamente
7, 1, 1		7	
1, 1		5040	M.M.C.: multiplicação de todos os fatores

PRIMOS RELATIVOS

Quando dois ou mais números têm o número 1 como único divisor comum, eles se dizem **primos entre si** ou **primos relativos**, como é o caso dos números 4 e 9.

QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO COMPOSTO

Para achar a quantidade de números inteiros que dividem um número composto qualquer, basta:

- 1 decompor o número dado em fatores primos
- 2 acrescentar uma unidade aos expoentes
- 3 multiplicar as somas obtidas no passo 2
- 4 multiplicar o resultado por dois

EXEMPLO

Determinar quantos divisores tem o número 60:

- 1 decompor o número dado em fatores primos

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1
 \end{array}$$

- 2 acrescentar uma unidade aos expoentes

$$2^{2+1} \cdot 3^{1+1} \cdot 5^{1+1} \rightarrow 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

- 3 multiplicar as somas obtidas no passo 2

$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

- 4 multiplicar o resultado por dois

12 · 2 = 24 divisores inteiros
(12 positivos e 12 negativos)

Divisores inteiros de 60:

-60, -30, -20, -15, -12, -10, -6, -5, -4, -3,
-2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

DICA!

Quando um número termina em zeros, podemos cancelá-los e substituí-los pelo produto $2^n \times 5^n$, onde n é a quantidade de zeros cortados.



EXERCÍCIOS

MÓDULO 1 | MÚLTIPLOS E DIVISORES

01. (UFSM/2004) Estudos e simulações são necessários para melhorar o trânsito. Por exemplo, imagine que, de um terminal rodoviário, partam os ônibus de três empresas A, B e C. Os ônibus da empresa A partem a cada 15 minutos; da empresa B, a cada 20 minutos; da empresa C, a cada 25 minutos. Às 7 h, partem simultaneamente 3 ônibus, um de cada empresa. A próxima partida simultânea dos ônibus das 3 empresas será às

- a) 9 h.
- b) 9 h e 50 min.
- c) 10 h e 30 min.
- d) 11 h.
- e) 12 h.

02. (UFMG) Entre algumas famílias de um bairro, foi distribuído um total de 144 cadernos, 192 lápis e 216 borrachas. Essa distribuição foi feita de modo que o maior número possível de famílias fosse contemplado e todas recebessem o mesmo número de cadernos, o mesmo número de lápis e o mesmo número de borrachas, sem haver sobra de qualquer material. Nesse caso, o número de CADERNOS que cada família ganhou foi:

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 9

03. (GSV/2015) Um médico, ao prescrever uma receita, determina que três medicamentos sejam ingeridos pelo paciente de acordo com a seguinte escala de horários: remédio A, de 5 em 5 horas, remédio B, de 12 em 12 horas e remédio C, de 18 em 18 horas. Depois de quantas horas o paciente tomará os três remédios simultaneamente?

- a) 120 horas
- b) 130 horas
- c) 150 horas
- d) 180 horas
- e) 200 horas

04. (CESPE) Uma grande empresa contratou recentemente 36 empregados para a área de manutenção predial e 54 para a área de manutenção de veículos. Esses empregados serão alojados em salas, cada sala com o mesmo número de pessoas, todos da mesma área, de modo a se utilizar a menor quantidade de salas possível. Nessas condições, o número de salas necessárias para alojar todos eles será igual a

- a) 5
- b) 12
- c) 14
- d) 15
- e) 17

05. (ENEM/2015) Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m. Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- a) 105 peças.
- b) 120 peças.
- c) 210 peças.
- d) 243 peças.
- e) 420 peças.

06. (ENEM/2014) Durante a Segunda Guerra Mundial, para deciframos as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2x \cdot 5y \cdot 7z$, na qual x , y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N , diferente de N , é

- a) $x \cdot y \cdot z$
- b) $(x + 1) \cdot (y + 1)$
- c) $x \cdot y \cdot z - 1$
- d) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
- e) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

07. (UFSM) João, Antônio e Maria viajam regularmente para Porto Alegre. João viaja de 6 em 6 dias, Antônio, de 12 em 12 dias, e Maria, de 15 em 15 dias. Hoje eles viajaram juntos. A próxima vez em que viajarão juntos será daqui a

- a) 15 dias.
- b) 33 dias.
- c) 60 dias.
- d) 72 dias.
- e) 90 dias.

08. Uma empresa de logística é composta de três áreas: administrativa, operacional e vendedores. A área administrativa é composta de 30 funcionários, a operacional de 48 e a de vendedores com 36 pessoas. Ao final do ano, a empresa realiza uma integração entre as três áreas, de modo que todos os funcionários participem ativamente. As equipes devem conter o mesmo número de funcionários com o maior número possível. Determine quantos funcionários devem participar de cada equipe e o número possível de equipes.

09. (UFMS) Um médico receitou dois remédios a um paciente: um para ser tomado a cada 12 horas e outro a cada 15 horas. Se às 14 horas do dia 10/10/90 o paciente tomou ambos os remédios, ele voltou a tomá-los juntos novamente às

- a) 17 horas do dia 11/10/90.
- b) 14 horas do dia 12/10/90.
- c) 18 horas do dia 12/10/90.
- d) 2 horas do dia 13/10/90.
- e) 6 horas do dia 13/10/90.

10. (PUC-SP) Numa linha de produção, certo tipo de manutenção é feita na máquina A a cada 3 dias, na máquina B, a cada 4 dias, e na máquina C, a cada 6 dias. Se no dia 2 de dezembro foi feita a manutenção nas três máquinas, após quantos dias as máquinas receberão manutenção no mesmo dia?

- a) Após 12 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 13 de dezembro.
- b) Após 6 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 12 de dezembro.
- c) Após 11 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 15 de dezembro.
- d) Após 12 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 14 de dezembro.

11. (FMABC/2010) “A Dengue é uma doença causada por um vírus, transmitida de uma pessoa doente para uma pessoa sadia por meio de um mosquito: o *Aedes aegypti*. Ela se manifesta de maneira súbita – com febre alta, dor atrás dos olhos e dores nas costas – e, como não existem vacinas específicas para o seu tratamento, a forma de prevenção é a única arma para combater a doença.”

Fonte (adaptado): prdu.unicamp.br/dengue/dengue.html

Assim sendo, suponha que 450 mulheres e 575 homens inscreveram-se como voluntários para percorrer alguns bairros do ABC paulista, a fim de orientar a população sobre os procedimentos a serem usados no combate à Dengue. Para tal, todas as 1.025 pessoas inscritas serão divididas em grupos, segundo o seguinte critério: todos os grupos deverão ter a mesma quantidade de pessoas e em cada grupo só haverá pessoas de um mesmo sexo. Nessas condições, se grupos distintos deverão visitar bairros distintos, o menor número de bairros a serem visitados é:

- a) 25
- b) 29
- c) 37
- d) 41
- e) 45

12. (ACAFE/2015) Um grupo de 216 mulheres e 180 homens inscreveram-se como voluntários para visitar pessoas doentes em hospitais de uma cidade. Todas as pessoas inscritas serão divididas em grupos segundo o seguinte critério: todos os grupos deverão ter a mesma quantidade de pessoas, e em cada grupo só haverá pessoas do mesmo sexo.

Nessas condições, se grupos distintos deverão visitar hospitais distintos, o menor número de hospitais a serem visitados e um número:

- a) par.
- b) divisível por 6.
- c) quadrado perfeito.
- d) primo.

13. (FUVEST) No alto de uma torre de uma emissora de televisão duas luzes “pisçam” com frequências diferentes. A primeira, “pisca” 12 vezes por minuto e a segunda, “pisca” 15 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?

- a) 10s.
- b) 20s.
- c) 15s.
- d) 40s.
- e) 30s.

14. (MACK) Nas últimas eleições, 3 partidos políticos tiveram direito, por dia, a 90s, 108s e 144s de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. Quantas aparições diárias os partidos vão ter na TV?

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 19
- e) 21

15. Uma indústria de tecidos fabrica retalhos de mesmo comprimento. Após realizarem os cortes necessários, verificou-se que duas peças restantes tinham as seguintes medidas: 156 centímetros e 234 centímetros. O gerente de produção ao ser informado das medidas, deu a ordem para que o funcionário cortasse o pano em partes iguais e de maior comprimento possível. Qual o tamanho desse comprimento?

- a) 50 cm.
- b) 62 cm.
- c) 69 cm.
- d) 73 cm.
- e) 78 cm.

16. (ACAFE/2016) Um feirante deseja distribuir 576 goiabas, 432 laranjas e 504 maçãs entre várias famílias de um bairro carente. A exigência do feirante é que a distribuição seja feita de modo que cada família receba o mesmo e o menor número possível de frutas de uma mesma espécie. A quantidade total de frutas recebida por cada família representa um número:

- a) divisível por 9.
- b) múltiplo de 7.
- c) múltiplo de 12.
- d) entre 40 e 50.

17. (ULBRA/2014) As regras de reeleição em um país X são as seguintes: o presidente deve permanecer quatro anos em seu cargo; os senadores, seis anos e os deputados federais, três anos. Em 2012, no país X, houve eleição para os três cargos. A próxima eleição simultânea para esses três cargos ocorrerá, novamente, no país X, em

- a) 2020
- b) 2024
- c) 2030
- d) 2036
- e) 2040

18. (ENEM/2015) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1. cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
2. todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
3. não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- a) 2.
- b) 4.
- c) 9.
- d) 40.
- e) 80.

GABARITO: 1E, 2B, 3D, 4A, 5E, 6E, 7C, 8(19 equipes de 6 funcionários), 9D, 10A, 11D, 12D, 13B, 14D, 15E, 16B, 17B, 18C.