

Leis de Kepler

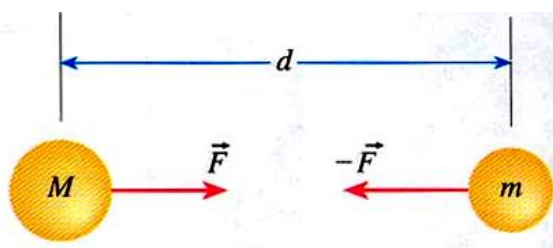
Força Gravitacional: Lei de Newton

Dois corpos, de massas M e m , cujos centros estão separados por uma distância d , se atraem com uma força de intensidade F :

- diretamente proporcional ao produto $M.m$;
- inversamente proporcional ao quadrado da distância entre seus centros de massa d .

$$F = G \cdot \frac{M.m}{d^2}$$

$$(G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg})$$



Campo Gravitacional

É a região do espaço que envolve um planeta, no qual um corpo, colocado nessa região, fica sujeito a uma força resultante gravitacional.

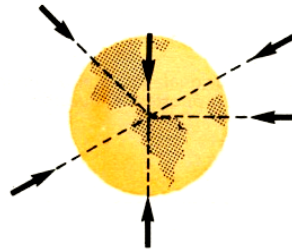
Para um corpo de massa m colocado a uma distância d do centro do planeta de massa M , temos *peso = força gravitacional*:

$$g = \frac{G.M}{d^2}$$

$$\text{Fazendo } d = R + h, \text{ temos } g = GM/(R+h)^2$$

Na superfície, $h = 0 \rightarrow g_s = GM/R^2$

$$\vec{g} \begin{cases} \text{direção: radial;} \\ \text{sentido: para o centro da Terra;} \\ \text{intensidade: } g = \frac{GM}{d^2}. \end{cases}$$



OBSERVAÇÃO: o movimento de rotação da Terra influi no valor da aceleração gravitacional. Somente no pólo Norte, a rotação da Terra não influi no valor de “g”.

Imponderabilidade é o estado em que não podemos discernir se estamos em um campo de gravidade zero ou em queda livre. Também é descrita como a sensação de ausência de peso. Considerando-se por exemplo uma pessoa no interior de uma nave espacial que cai livremente, observa-se que a taxa de aceleração desta pessoa e da nave espacial são as mesmas, e que a pessoa aparentemente não tem peso e flutua livremente. Durante a maior parte das fases de uma viagem espacial, os astronautas estão em estado de imponderabilidade. O corpo humano não está acostumado a este estado e em viagens muito longas, exercícios especiais devem ser realizados para que não haja efeitos negativos a longo prazo. Alguns cosmonautas da antiga União Soviética passaram um ano sob condições de imponderabilidade e parece que nenhum efeito de longo prazo resultou disso. Mas atenção o verdadeiro estado de imponderabilidade só pode ser atingido no espaço distante, longe de qualquer estrela ou planeta.

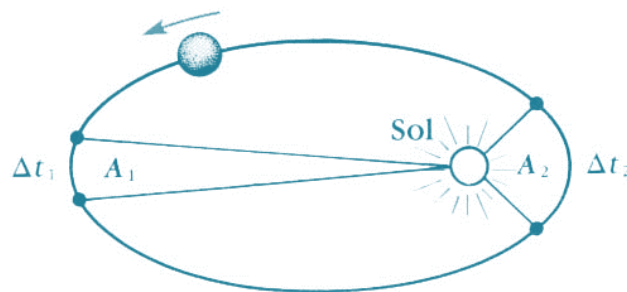
Leis de Kepler

1ª Lei: Lei das órbitas

Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, ocupando este um dos focos da elipse.

2ª Lei: Lei das Áreas

A linha imaginária que une o planeta ao Sol (=raio vetor da elipse) varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais.



$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \rightarrow A_1 = A_2 \rightarrow A_1 / \Delta t_1 = A_2 / \Delta t_2$$

$v_p > v_a \rightarrow$ no periélio, a velocidade escalar do planeta é maior do que no afélio.

Lei dos Períodos

Os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do Sol são proporcionais aos respectivos cubos dos raios médios de órbitas.

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante} \rightarrow T = \sqrt{k \cdot R^3} \rightarrow \frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

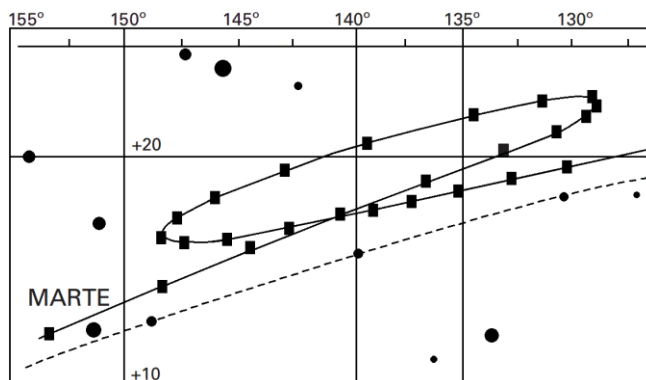
T : período de revolução do planeta em torno do Sol

R : raio da órbita (=raio médio)

Obs.: Estas leis são aplicáveis a qualquer objeto (=satélite) que está em órbita em torno de uma massa (=astro) central.

TREINANDO PARA O ENEM

1. (ENEM 2012) A característica que permite identificar um planeta no céu é o seu movimento relativo às estrelas fixas. Se observarmos a posição de um planeta por vários dias, verificaremos que sua posição em relação às estrelas fixas se modifica regularmente. A figura destaca o movimento de Marte observado em intervalos de 10 dias, registrado da Terra.



Projecto Física. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980 (adaptado).

Qual a causa da forma da trajetória do planeta Marte registrada na figura?

- A maior velocidade orbital da Terra faz com que, em certas épocas, ela ultrapasse Marte.
- A presença de outras estrelas faz com que sua trajetória seja desviada por meio da atração gravitacional.
- A órbita de Marte, em torno do Sol, possui uma forma elíptica mais acentuada que a dos demais planetas.
- A atração gravitacional entre a Terra e Marte faz com que este planeta apresente uma órbita irregular em torno do Sol.
- A proximidade de Marte com Júpiter, em algumas épocas do ano, faz com que a atração gravitacional de Júpiter interfira em seu movimento.

2. (ENEM 2009) O ônibus espacial *Atlantis* foi lançado ao espaço com cinco astronautas a bordo e uma câmera nova, que iria substituir uma outra danificada por um curto-circuito no telescópio *Hubble*. Depois de entrarem em órbita a 560 km de altura, os astronautas se aproximaram do *Hubble*. Dois astronautas saíram da *Atlantis* e se dirigiram ao telescópio. Ao abrir a porta de acesso, um deles exclamou: “Esse telescópio tem a massa grande, mas o peso é pequeno.”



Considerando o texto e as leis de Kepler, pode-se afirmar que a frase dita pelo astronauta

- a) se justifica porque o tamanho do telescópio determina a sua massa, enquanto seu pequeno peso decorre da falta de ação da aceleração da gravidade.
- b) se justifica ao verificar que a inércia do telescópio é grande comparada à dele próprio, e que o peso do telescópio é pequeno porque a atração gravitacional criada por sua massa era pequena.
- c) não se justifica, porque a avaliação da massa e do peso de objetos em órbita tem por base as leis de Kepler, que não se aplicam a satélites artificiais.
- d) não se justifica, porque a força-peso é a força exercida pela gravidade terrestre, neste caso, sobre o telescópio e é a responsável por manter o próprio telescópio em órbita.
- e) não se justifica, pois a ação da força-peso implica a ação de uma força de reação contrária, que não existe naquele ambiente. A massa do telescópio poderia ser avaliada simplesmente pelo seu volume.

3. (ENEM 2009) Na linha de uma tradição antiga, o astrônomo grego Ptolomeu (100-170 d.C.) afirmou a tese do geocentrismo, segundo a qual a Terra seria o centro do universo, sendo que o Sol, a Lua e os planetas girariam em seu redor em órbitas circulares. A teoria de Ptolomeu resolvia de modo razoável os problemas astronômicos da sua época. Vários séculos mais tarde, o clérigo e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), ao encontrar inexactidões na teoria de Ptolomeu, formulou a teoria do heliocentrismo, segundo a qual o Sol deveria ser considerado o centro do universo, com a Terra, a Lua e os planetas girando circularmente em torno dele. Por fim, o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), depois de estudar o planeta Marte por cerca de trinta anos, verificou que a sua órbita é elíptica. Esse resultado generalizou-se para os demais planetas.

A respeito dos estudiosos citados no texto, é correto afirmar que

- a) Ptolomeu apresentou as ideias mais valiosas, por serem mais antigas e tradicionais.
- b) Copérnico desenvolveu a teoria do heliocentrismo inspirado no contexto político do Rei Sol.
- c) Copérnico viveu em uma época em que a pesquisa científica era livre e amplamente incentivada pelas autoridades.
- d) Kepler estudou o planeta Marte para atender às necessidades de expansão econômica e científica da Alemanha.
- e) Kepler apresentou uma teoria científica que, graças aos métodos aplicados, pôde ser testada e generalizada.

04. (ENEM 2001) O texto foi extraído da peça *Tróilo e Créssida* de William Shakespeare, escrita, provavelmente, em 1601.

“Os próprios céus, os planetas, e este centro reconhecem graus, prioridade, classe, constância, marcha, distância, estação, forma, função e regularidade, sempre iguais; eis porque o glorioso astro Sol está em nobre eminência entronizado e centralizado no meio dos outros, e o seu olhar benfazejo corrige os maus aspectos dos planetas malfazejos, e, qual rei que comanda, ordenasem entraves aos bons e aos maus.”

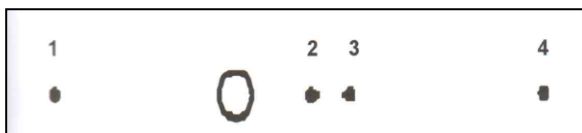
(personagem Ulysses, Ato I, cena III). SHAKESPEARE, W. *Tróilo e Créssida*: Porto: Lello & Irmão, 1948.

A descrição feita pelo dramaturgo renascentista inglês se aproxima da teoria:

- a) geocêntrica do grego Claudius Ptolomeu.
- b) da reflexão da luz do árabe Alhazen.
- c) heliocêntrica do polonês Nicolau Copérnico.
- d) da rotação terrestre do italiano Galileu Galilei.
- e) da gravitação universal do inglês Isaac Newton.

05. (ENEM 2000) A tabela resume alguns dados importantes sobre os satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro (km)	Distância média ao centro de Júpiter (km)	Período orbital (dias terrestres)
Io	3.642	421.800	1,8
Europa	3.138	670.900	3,6
Ganimesdes	5.262	1.070.000	7,2
Calisto	4.800	1.880.000	16,7



Ao observar os satélites de Júpiter pela primeira vez, Galileu Galilei fez diversas anotações e tirou importantes conclusões sobre a

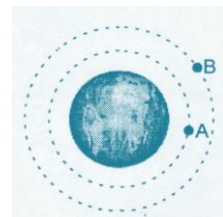
estrutura de nosso universo. A figura abaixo reproduz uma anotação de Galileu referente a Júpiter e seus satélites.

De acordo com essa representação e com os dados da tabela, os pontos indicados por 1, 2, 3 e 4 correspondem, respectivamente, a:

- a) Io, Europa, Ganímedes e Calisto.
- b) Ganímedes, Io, Europa e Calisto.
- c) Europa, Calisto, Ganímedes e Io.
- d) Calisto, Ganímedes, Io e Europa.
- e) Calisto, Io, Europa e Ganímedes.

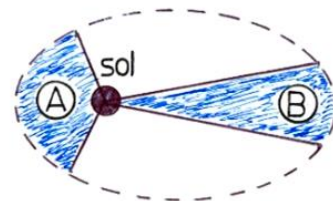
06 – (UFSM) - Dois satélites, A e B, estão em órbitas circulares ao redor da Terra, conforme a figura. As velocidades angulares de A e B são w_A e w_B , respectivamente, enquanto seus períodos são T_A e T_B . Pode-se, então, afirmar que

- a) $w_A > w_B, T_B > T_A$
- b) $w_A > w_B, T_B = T_A$
- c) $w_A = w_B, T_B > T_A$
- d) $w_A < w_B, T_B < T_A$
- e) $w_A < w_B, T_B > T_A$

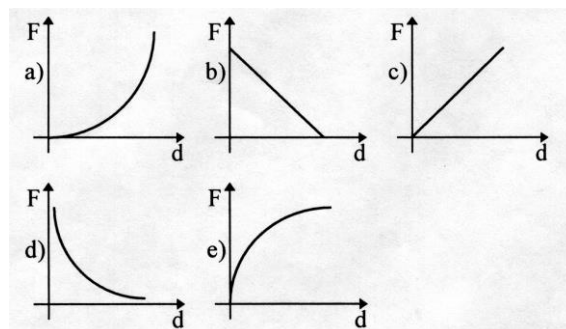


07. A figura seguinte representa a órbita de um planeta em torno do Sol. O planeta varre a área A num tempo t_A , com velocidade média v_A ; e a área B num tempo t_B , com velocidade média v_B . Sendo a área A igual à área B, podemos afirmar que:

- a) $v_A > v_B$ e $t_A = t_B$
- b) $v_A < v_B$ e $t_A < t_B$
- c) $v_A > v_B$ e $t_A > t_B$
- d) $v_A < v_B$ e $t_A = t_B$
- e) $v_A = v_B$ e $t_A > t_B$



[08] (UFSM) - Dos gráficos, aquele que representa, qualitativamente, a variação do módulo da força de atração gravitacional, em função da separação entre duas massas puntiformes, é



09. (UFSM) Dois corpos esféricos e homogêneos, de mesma massa, têm seus centros separados por uma certa distância, maior que o seu diâmetro. Se a massa de um deles for reduzida à metade e a distância entre seus centros, duplicada, o módulo da força de atração gravitacional que existe entre eles ficará multiplicado por

- a) 8 b) 4 c) 1 d) 1/4 e) 1/8

10. (FURG) - A segunda lei de Newton é aplicada à Força Peso, que é a força através da qual os objetos são atraídos pela Terra. A lei da gravitação universal é uma força pela qual dois objetos sofrem atração de campo e obedece à lei do inverso do quadrado da distância. Considerando que a Força Peso de um objeto pode ser igualada à força gravitacional, podemos determinar a aceleração da gravidade conhecendo a massa do planeta Terra e a distância do seu centro ao ponto de interesse. De um modo geral, utilizamos o raio médio terrestre para obter g (médio). Entretanto, nosso planeta é achatado nos pólos em relação ao Equador. Assim sendo, podemos afirmar, quanto ao valor de g , que:

- a) g (médio) > g (pólos) > g (Equador).
b) g (pólos) > g (médio) > g (Equador).
c) g (Equador) > g (médio) > g (pólos).
d) g (pólos) > g (Equador) > g (médio).
e) g (Equador) > g (pólos) > g (médio).

11. (UFSM) - Considerando a Terra como uma esfera de raio R_t e sendo G a constante de gravitação universal, então um satélite de massa m que se encontre a uma altura h da superfície terrestre tem peso dado pela expressão

- a) $\frac{GM_t m}{R_t}$
b) $\frac{GM_t m}{(R_t + h)^2}$
c) $G m$
d) $\frac{GM_t}{R_t^2}$
e) $\frac{GM_t}{(R_t + h)^2}$

15. A força de atração gravitacional entre dois corpos celestes é proporcional ao inverso do quadrado da distância entre os dois corpos. Assim é que, quando a distância entre um cometa e o Sol diminui da metade, a força de atração exercida pelo Sol sobre o cometa fica multiplicada por:

- a) $1/2$ b) 2 c) $1/4$ d) 4 e) 1

16. De acordo com a 3ª Lei de Kepler:

- a) planetas mais afastados do Sol são mais velozes.
b) dependendo de suas massas, planetas diferentemente afastados podem ter mesma velocidade.
c) todos os planetas do sistema solar têm a mesma velocidade angular.
d) as velocidades dos planetas são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias ao Sol.
e) o "ano" de Mercúrio é menor que o da Terra.

17. A força gravitacional com que a Terra atrai a Lua:

- a) é menor do que a força com que a Lua atrai a Terra.
b) é a mesma para todos os planetas.
c) é pouco maior do que a força com que a Lua atrai a Terra.
d) é de mesma natureza da força que faz uma fruta cair de uma árvore.
e) é uma força nuclear.

18. Julgue as afirmativas abaixo:

- (I) A existência das marés é uma consequência da Lei da Gravitação Universal.
(II) Um corpo cai porque a força de atração da Terra sobre o corpo é maior que a do corpo sobre a Terra.
(III) Um satélite em órbita em torno da Terra está submetido a três forças simultâneas: a interação gravitacional com a Terra, seu próprio peso e à força centrípeta sobre ele.

Está(ão) correta(s):

- a) apenas I b) apenas III c) apenas I e III
d) apenas II e III e) I, II e III

19. A intensidade do campo gravitacional de um corpo esférico e homogêneo num ponto **P**, situado à distância **r** do seu centro, é igual a **g**. Qual é a intensidade do campo gravitacional provocado por esse mesmo corpo em um ponto **A** situado à distância **6r** do seu centro? (**r** é maior do que o raio do corpo).

- a) $g/36$ b) $g/6$ c) g d) $6g$ e) $36g$

20. (UFSM) – Analise as seguintes afirmativas, relativas à interação gravitacional entre a Terra e um mosquito:

I. A Terra exerce uma força gravitacional sobre o mosquito, e o mosquito exerce uma força gravitacional sobre a Terra.

II. O módulo da força gravitacional que a Terra exerce sobre o mosquito é muito maior que o módulo da força gravitacional que o mosquito exerce sobre a Terra.

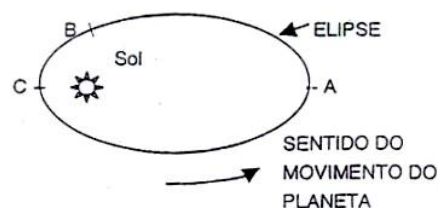
III. A força de origem gravitacional que a Terra exerce sobre o mosquito é a força peso do mosquito.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I e II. b) apenas II. c) apenas I e III.
d) apenas III. e) I, II e III.

21. (UFSM) – A figura representa a órbita elíptica de um planeta que gira ao redor do Sol, estando este fixo num dos focos. O módulo da velocidade do planeta, quando ele se desloca de **A** para **B** e daí para **C**,

- a) aumenta continuamente
b) aumenta e depois diminui
c) diminui continuamente
d) diminui e depois aumenta
e) permanece constante



22. (UFSM) – A segunda Lei de Kepler para o movimento planetário estabelece que o segmento de reta que une qualquer planeta ao sol varre áreas iguais em tempos iguais; logo, o módulo da velocidade de um planeta em sua órbita elíptica é

- a) constante.
b) menor quando o planeta passa mais próximo do sol.
c) maior quando o planeta passa mais longe do sol.
d) maior quando o planeta passa mais próximo do sol.
e) independente da posição relativa do planeta ao sol.

23. (UFSM) – A Lua não colapsa sobre a Terra, porque

- a) ela é atraída pelo Sol.
- b) ela atrai a Terra.
- c) a Terra tem rotação.
- d) ela gira em torno da Terra.
- e) a Terra tem gravidade fraca.

24. O período de rotação de um satélite de massa m em torno da Terra é T . Um outro satélite, de massa $4m$, numa órbita idêntica a do primeiro, terá um período de revolução igual a:

- a) $T/4$
- b) $T/2$
- c) T
- d) $2T$
- e) $4T$

25. A grandes alturas, a força gravitacional que atua sobre um corpo de massa m é menor porque:

- a) a massa aumenta
- b) a massa diminui
- c) a aceleração da gravidade aumenta
- d) a aceleração da gravidade diminui
- e) falta atrito

Gabarito

1A	2D	3E	4C	5B	6E	7A	8D	9E	10B
11B	12B	13A	14A	15D	16E	17D	18A	19A	20C
21A	22D	23D	24C	25D					